

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«16» апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АНАЛИЗА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы анализа» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

А.В. Агибалова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 14.04.2026 № 8

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и
информационных технологий
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 15.04.2026 № 3
Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
14.04.2026

В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ / ПРАКТИКИ / КУРСОВОЙ РАБОТЫ / ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Научный семинар по вопросам математического анализа, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная).

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ / ПРАКТИКИ / КУРСОВОЙ РАБОТЫ / ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.36 Дополнительные главы анализа
Часть образовательной программы	Безальтернативные дисциплины
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	5	34	—	34	40	108	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ / ПРАКТИКИ / КУРСОВОЙ РАБОТЫ / ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Углубленная подготовка в области анализа и теории операторов; ознакомление с совокупностью математических знаний о матрицах и функциях от них, о самосопряжённых операторах в конечномерном пространстве и спектральной теореме для них; формирование абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-3.1. Владеет предметом, способен разработать план занятия и изложить материал.

4.3. Результаты обучения

ОПК-3.2.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач дисциплины, схему доказательств утверждений.

ОПК-3.2.2. Умеет решать задачи дисциплины (приводить матрицу линейного оператора к каноническому виду, вычислять функции от матрицы), формулировать основные теоремы, выбирать и использовать необходимые методы при решении задач.

ОПК-3.2.3. Владеет навыками подачи материала, разработкой заданий по темам дисциплины.

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК-3.1. Владеет предметом, способен разработать план занятия и изложить материал	ОПК-3.2.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач дисциплины, схему доказательств утверждений. ОПК-3.2.2. Умеет решать задачи дисциплины (приводить матрицу линейного оператора к каноническому виду, вычислять функции от матрицы), формулировать основные теоремы, выбирать и использовать необходимые методы при решении задач. ОПК-3.2.3. Владеет навыками подачи материала, разработкой заданий по темам дисциплины

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	1.1 Матричная алгебра. 1.2. Приведение матрицы к диагональному виду. 1.3. Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.
Раздел 2. Функции от матрицы.	2.1. Определение и свойства функции от матрицы. 2.2 Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	3.1 Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы. 3.2 Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора. 3. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	12		10	12	34
Матричная алгебра.	2		2	4	8
Приведение матрицы к диагональному виду.	2		2	4	8
Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.	8		6	4	18
Раздел 2. Функции от матрицы.	8		8	10	26
Определение и свойства функции от матрицы.	4		4	4	12
Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.	4		4	6	12
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	14		16	18	48
Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы.	6		6	6	18
Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.	4		6	6	16
Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.	4		4	6	14
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	34	–	34	40	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Линейные пространства, линейная зависимость и независимость. Базис.
2. Обратные матрицы. Ранг матрицы.
3. Специальные типы матриц.
4. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.
5. Собственные значения и собственные векторы.
6. Диагональный вид матрицы. Условия диагонализации.
7. Жордановы матрицы. Корневые подпространства.
8. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
9. Циклические подпространства. Жорданов базис корневых подпространств.

Раздел 2

10. Характеристический и минимальный многочлены матрицы.
11. Определение функции от матрицы.
12. Свойства функции от матрицы.
13. Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.

Раздел 3

14. Самосопряжённые операторы: определение, свойства.
15. Ортопроекторы: определение, свойства.

16. Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора: свойства.
17. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.
18. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора в форме разложения единицы.
19. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике по темам:

- диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы;
- функции от матрицы.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.

2. Привести матрицу $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ к диагональному виду

3. Вычислить $\sin B$, если $B = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по столбальной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5

	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	60
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	
75-79	C		
70-74	D	удовлетворительно	
60-69	E		
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. - Изд. 5-е. - Москва: Физматлит, 2004 (ОАО Чебоксарская тип. j 1). - 559 с.
2. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - [8-е изд]. - Москва: КДУ, 2009. - 320 с.
3. Конечномерный линейный анализ. I. Линейные операторы в конечномерных гильбертовых (унитарных) пространствах (H): Учебное пособие / Муратов М. А., Островский В. Л., Самойленко Ю. С. — Киев: Центр учебной литературы, 2012. — 174 с.

10.2. Дополнительная литература

4. Ланкастер П. Теория матриц [Текст] / П. Ланкастер; перевод с англ. С. П. Демушкина. - 2-е изд. - Москва: Наука, 1982. - 269 с.
5. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: [для ун-тов]. - 4-е изд., стер. - Москва: Наука, 1975. - 400 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU**: сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
3. **Национальная подписка**: сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов.пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.
4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ)**: федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
5. **Образовательная платформа Юрайт**: сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронная библиотека РГБ**: раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.
7. **Электронно-библиотечная система Лань**: сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
10. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕД ОС, Astra Linux (ОЕМ).
2. OpenOffice, LibreOffice.